



SACRAMENTO  
STATE

# Explicaciones Matemáticas de Fenómenos Físicos y Realismo Matemático

Manuel Barrantes

*Department of Philosophy*

*California State University Sacramento*

XXIII Jornadas Rolando Chuaqui Kettlun

24 de Octubre, 2023

*Pontificia Universidad Católica de Chile*

# Contenidos

1. *Introducción: Realismos Matemáticos*
2. *Realismos Matemáticos y Argumentos de Indispensabilidad*
3. *Explicaciones Matemáticas de Fenómenos Físicos*
  - Los Puentes de Königsberg*
  - Las Buckyballs*
4. *EMFFs y Realismo Matemático*
5. *EMFFs y Representaciones Óptimas*
6. *Fuerza Modal sin Propiedades Matemáticas*
7. *Conclusiones*





SACRAMENTO  
STATE

# 1. Introducción: Realismos Matemáticos

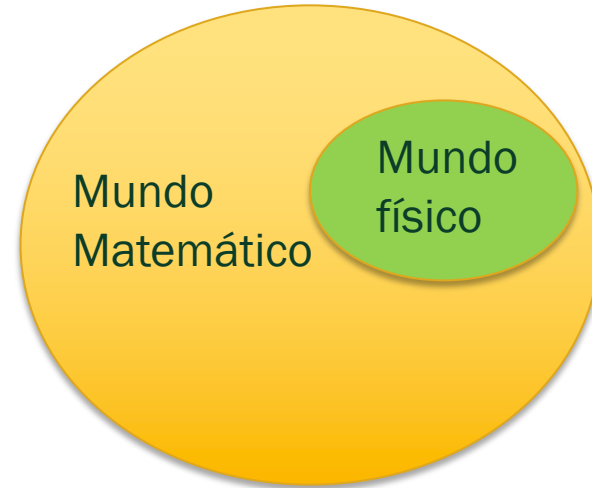
# 1. Introducción: Realismos Matemáticos

- **Platonismo matemático puro**
- Platonismo matemático empírico
- Aristotelismo matemático
- Ficcionalismo



# 1. Introducción: Realismos Matemáticos

- Platonismo matemático puro
- **Platonismo matemático empírico**
- Aristotelismo matemático
- Ficcionalismo



# 1. Introducción: Realismos Matemáticos

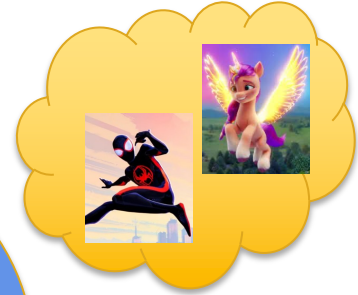
- Platonismo matemático puro
- Platonismo matemático empírico
- **Aristotelismo matemático**
- Ficcionalismo



Mundo  
Físico/Matemático

# 1. Introducción: Realismos Matemáticos

- Platonismo matemático puro
- Platonismo matemático empírico
- Aristotelismo matemático
- **Ficcionalismo**





SACRAMENTO  
STATE

## 2. Realismo Matemático y Argumentos de Indispensabilidad



# 2. Realismo Matemático y Argumentos de Indispensabilidad

## Perrin, Einstein, Número de Avogadro, aceptación de los átomos

### 16 THEORY OF BROWNIAN MOVEMENT

system whose origin coincides at the time  $t = 0$  with the position of the centre of gravity of the particles in question; with this difference, that  $f(x, t)dx$  now gives the number of the particles whose  $x$  Co-ordinate has increased between the time  $t = 0$  and the time  $t = t$ , by a quantity which lies between  $x$  and  $x + dx$ . In this case also the function  $f$  must satisfy, in its changes, the equation (1). Further, we must evidently have for  $x \geq 0$  and  $t = 0$ ,

$$f(x, t) = 0 \text{ and } \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, t) dx = n.$$

The problem, which accords with the problem of the diffusion outwards from a point (ignoring possibilities of exchange between the diffusing particles) is now mathematically completely defined (9); the solution is

$$f(x, t) = \frac{n}{\sqrt{4\pi D}} \frac{e^{-\frac{x^2}{4Dt}}}{\sqrt{t}} \quad \dots (10)$$

The probable distribution of the resulting displacements in a given time  $t$  is therefore the same as that of fortuitous error, which was to be expected. But it is significant how the constants in the exponential term are related to the coefficient of diffusion. We will now calculate with the help

### MOVEMENT OF SMALL PARTICLES 17

of this equation the displacement  $\lambda_x$  in the direction of the X-axis which a particle experiences on an average, or—more accurately expressed—the square root of the arithmetic mean of the squares of displacements in the direction of the X-axis; it is

$$\lambda_x = \sqrt{\overline{x^2}} = \sqrt{2Dt} \quad \dots (11)$$

The mean displacement is therefore proportional to the square root of the time. It can easily be shown that the square root of the mean of the squares of the total displacements of the particles has the value  $\lambda_x \sqrt{3}$  . . . . (12)

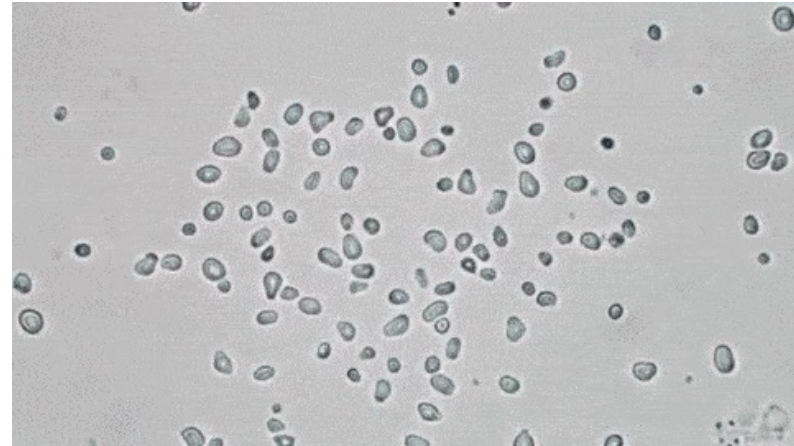
### § 5. FORMULA FOR THE MEAN DISPLACEMENT OF SUSPENDED PARTICLES. A NEW METHOD OF DETERMINING THE REAL SIZE OF THE ATOM

In § 3 we found for the coefficient of diffusion  $D$  of a material suspended in a liquid in the form of small spheres of radius  $P$ —

$$D = \frac{RT}{N} \cdot \frac{1}{6\pi\eta P}$$

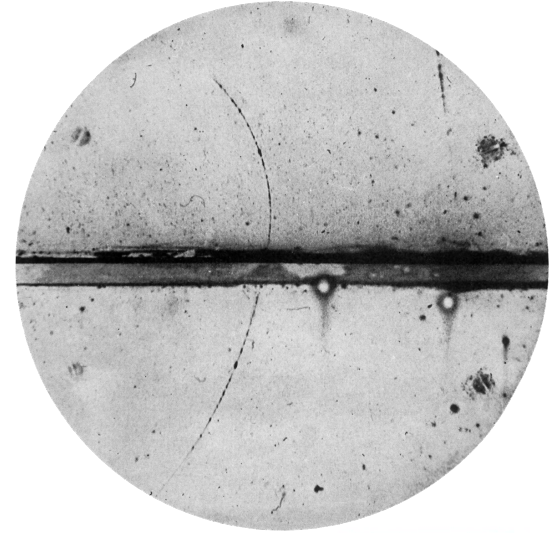
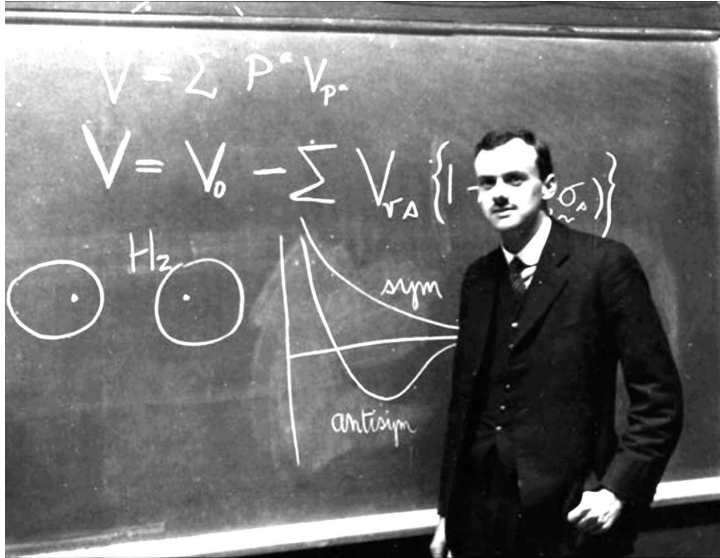
Further, we found in § 4 for the mean value of the displacement of the particles in the direction of the X-axis in time  $t$ —

$$\lambda_x = \sqrt{2Dt}.$$



## 2. Realismo Matemático y Argumentos de Indispensabilidad

Dirac y el descubrimiento del positrón



## 2. Realismo Matemático y Argumentos de Indispensabilidad

Roger Penrose:

“[Existe] una correspondencia entre matemáticas y física... entre el mundo de Platón y el mundo físico” (1989, 430). Estos dos mundos son el mismo (1989, 430).



## 2. Realismo Matemático y Argumentos de Indispensabilidad

El argumento de indispensabilidad:

- P1:** Debemos creer en la existencia de las entidades y procesos que son indispensables en ciencia [**Realismo científico**]
- P2:** Los objetos matemáticos son indispensables en nuestras mejores explicaciones científicas [**Tesis de indispensabilidad**]
- C:** Por lo tanto, debemos creer en la existencia de objetos matemáticos [**Realismo matemático**]

## 2. Realismo Matemático y Argumentos de Indispensabilidad

Joseph Melia (2002):

El rol de las matemáticas es **representacional**, pero no **explicativo**.

## 2. Realismo Matemático y Argumentos de Indispensabilidad

¿Por qué el carro se mueve hacia arriba?

*Explicación:*

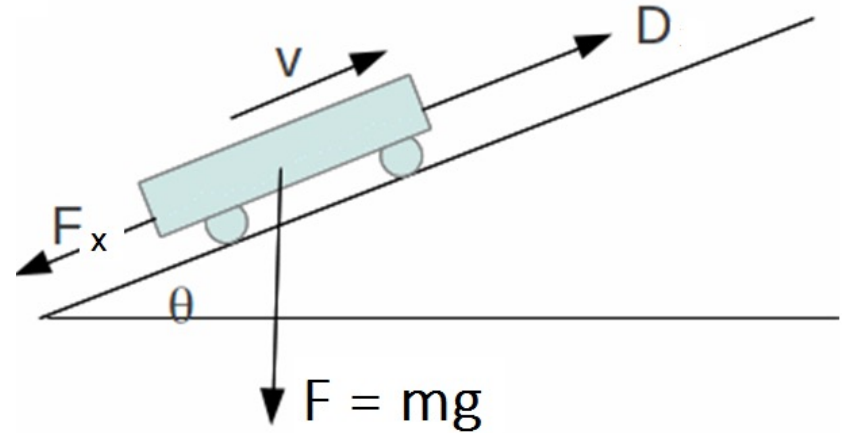
$$D=2\text{N}$$

$$F_x=1\text{N}$$

$$2>1$$

$$\sum F=ma$$

etc.



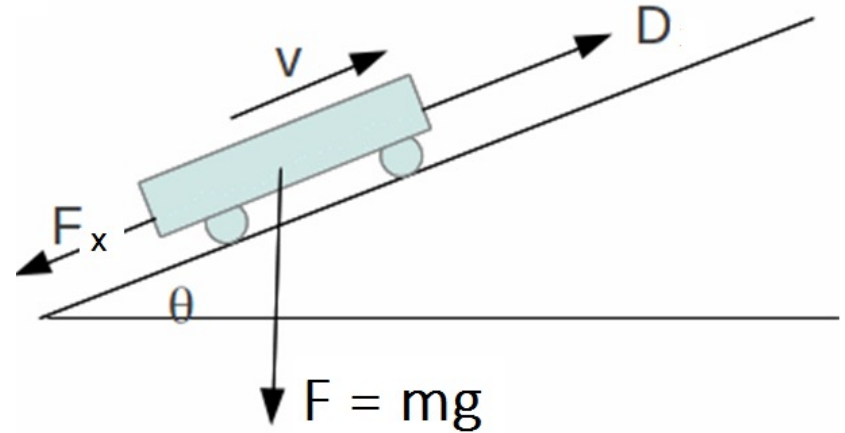
## 2. Realismo Matemático y Argumentos de Indispensabilidad

a) Las unidades son arbitrarias

ej.  $D = 200\,000$  Dinas o 2 Newtons

b) Paráfrasis de '2N' en LPO:

$$(\exists x)(\exists y) \{ (\mathbf{N}_x \cdot \mathbf{N}_y \cdot x \neq y) \cdot \\ (\forall z) [\mathbf{N}_z \supset (z=x \vee z=y)] \}$$



## 2. Realismo Matemático y Argumentos de Indispensabilidad

### El reto de Melia:

Para defender su posición, los realistas matemáticos necesitan encontrar casos en los que las matemáticas jueguen un rol *genuinamente explicativo*, y no simplemente *representacional*.

*Alan Baker:*

*¿Existen explicaciones genuinamente matemáticas de fenómenos físicos? (Baker 2005)*



## 2. Realismo Matemático y Argumentos de Indispensabilidad

### Argumento de Indispensabilidad Aumentado (Baker 2005; 2009)

**P1:** Debemos creer en la existencia de objetos que juegan un rol indispensablemente explicativo en ciencia [**Realismo científico**]

**P2:** Existen explicaciones científicas en las que objetos matemáticos juegan un rol indispensablemente explicativo [**Explicaciones matemáticas de fenómenos físicos**]

**C:** Por lo tanto, debemos creer en la existencia de objetos matemáticos [**Realismo matemático**]



SACRAMENTO  
STATE

### 3. Explicaciones Matemáticas de Fenómenos Físicos

### 3. Explicaciones Matemáticas de Fenómenos Físicos (EMFF)

¿Existen las EMFFs?



Sí

En EMFFs, las matemáticas sirven se refieren a propiedades matemáticas de sistemas físicos.

- Realismo Platónico Empírico
- Realismo Aristotélico

No

En las llamadas EMFFs, las afirmaciones matemáticas representar/señalan propiedades físicas.

- Realismo Platónico Puro
- Ficcionalismo

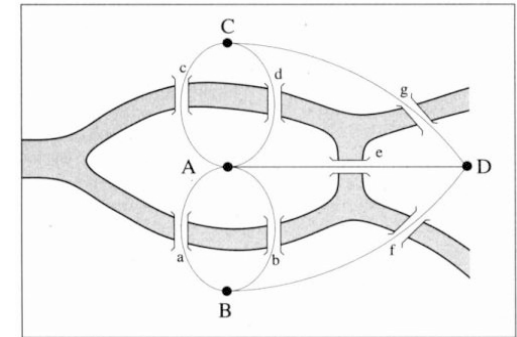
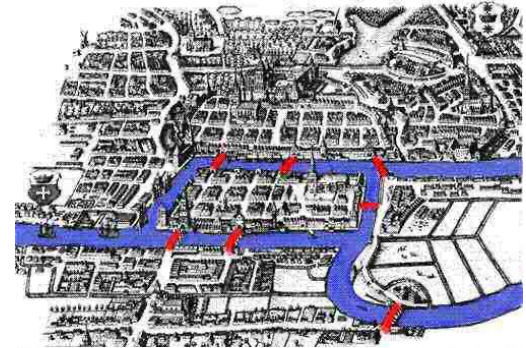
### 3. Explicaciones Matemáticas de Fenómenos Físicos (EMFF)

#### Ejemplo 1. Los puentes de Königsberg

¿Por qué no es posible cruzar los siete puentes de Königsberg de manera continua sin volver sobre tus pasos (camino Euleriano)?

*Explicación:*

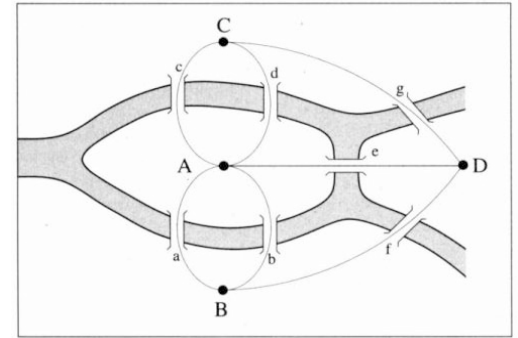
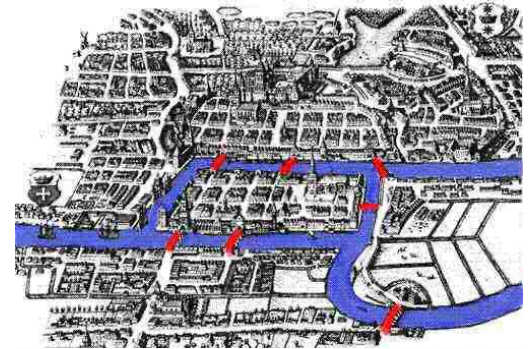
- 1) Dicho recorrido (camino Euleriano) solo es posible si el sistema tiene cero o dos nodos impares [**Teorema de Euler**]
- 2) El sistema de Königsberg tiene más de dos nodos impares.



### 3. Explicaciones Matemáticas de Fenómenos Físicos (EMFF)

a) Alan Baker (2005; 2009; 2021):

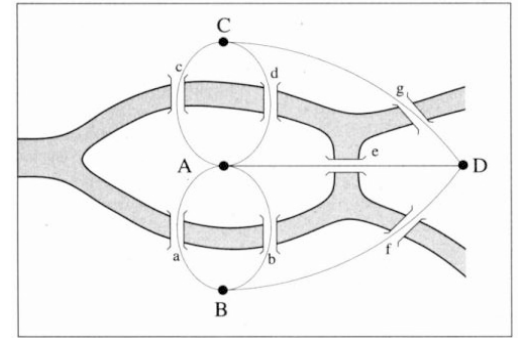
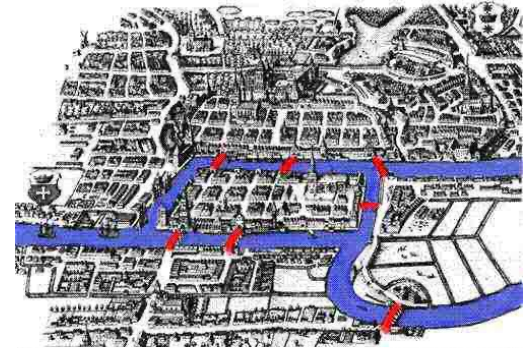
Para que una explicación sea una EMFF, “[l]as matemáticas involucradas necesitan jugar un rol esencial en la explicación, en el sentido de que si el componente matemático se retirara entonces la explicación ya no sería adecuada” (2021, p.95)



### 3. Explicaciones Matemáticas de Fenómenos Físicos (EMFF)

b) Marc Lange (2013; 2017; 2021):

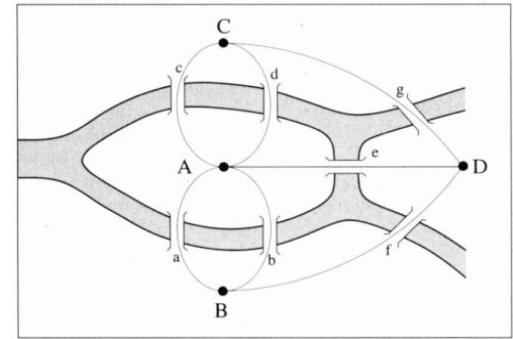
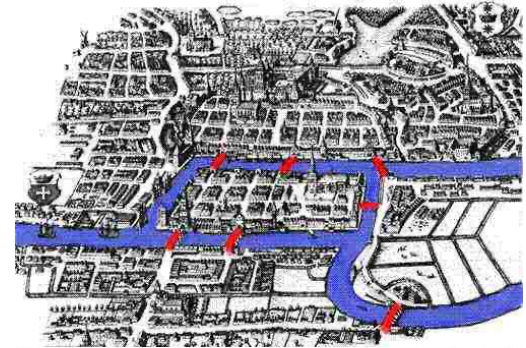
Una EMFF es “simplemente una explicación por restricción (*constraint*) en la que la restricción es un hecho matemático” (2021, p.46)



### 3. Explicaciones Matemáticas de Fenómenos Físicos (EMFF)

b) Marc Lange (2013; 2017; 2021):

“[U]na “explicación por restricción” (*constraint*) explica brindando información sobre cómo el *explanandum* es requerido por restricciones en procesos causales, y por lo tanto es necesario en un sentido más fuerte de lo que los poderes causales lo harían” (2021, p. 46)



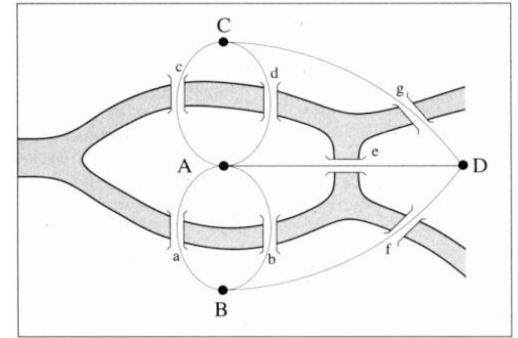
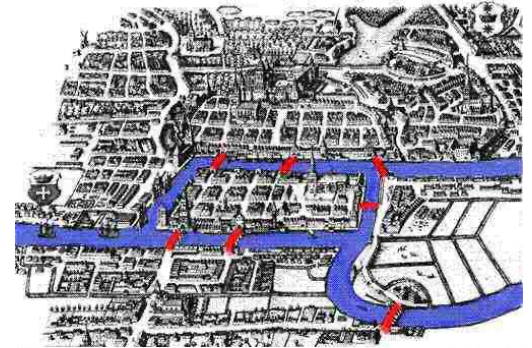


### 3. Explicaciones Matemáticas de Fenómenos Físicos (EMFF)

¿Qué diferencia a las EMFFs de otras explicaciones que usan matemáticas?

a) No-Arbitrariedad (indispensabilidad)

b) Mayor Fuerza Modal (restricción)





# 3. Explicaciones Matemáticas de Fenómenos Físicos (EMFF)

## Ejemplo 2. Las Buckyballs (1985)

*Contexto:*

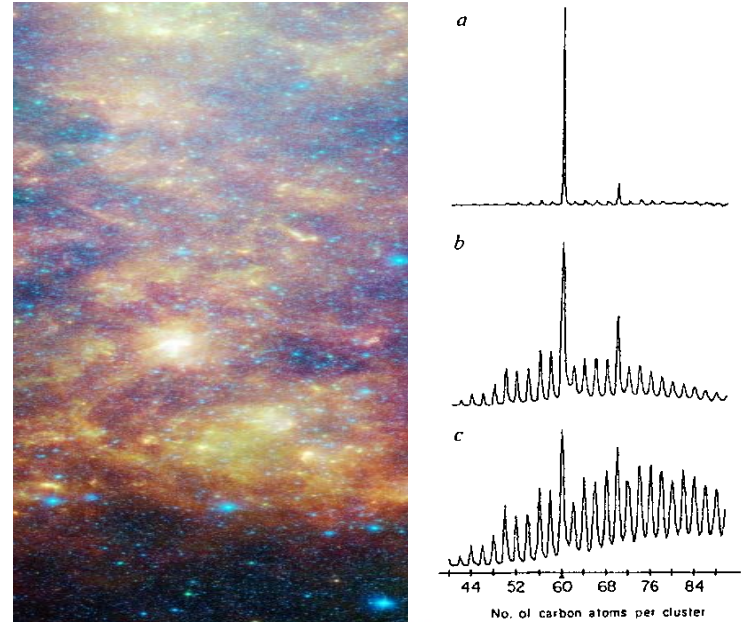
Mary Heger (1922): Bandas interestelares difusas.

*Experimento:*

Harry Kroto et al. (1985): Vaporización en laboratorio de láminas de grafito (átomos de carbono organizados en mallas hexagonales)

*Resultado:*

Varios átomos de carbono se reacomodaron en grupos estables de 60 átomos.

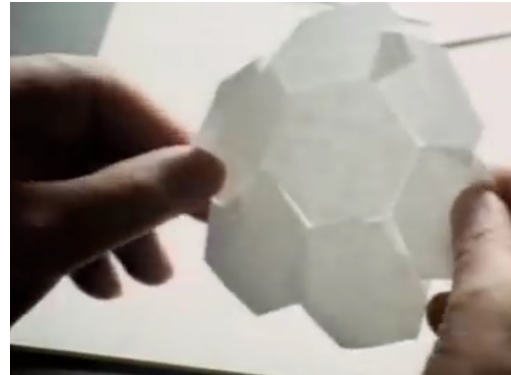
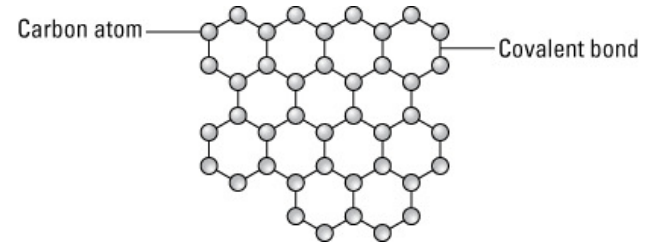


### 3. Explicaciones Matemáticas de Fenómenos Físicos (EMFF)

#### Ejemplo 2: Las Buckyballs (1985)

Reto: La molécula hipotética resultante debe satisfacer lo siguiente:

- Tener solo 60 átomos de carbono.
- Cada átomo debe enlazarse con otros 3.
- La molécula debe ser estable (todos los enlaces deben satisfacerse).
- Predominantemente hexágonos.

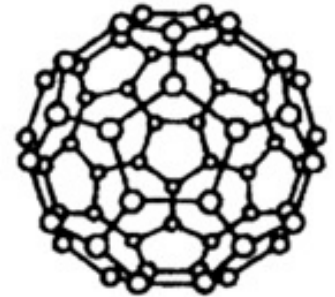
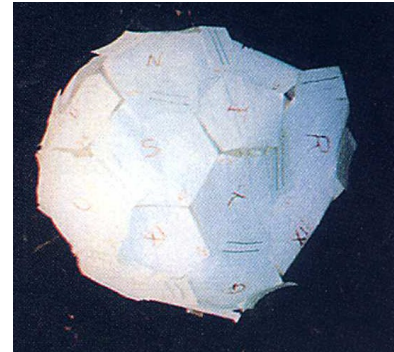
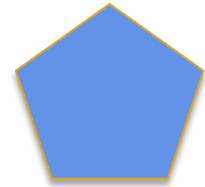
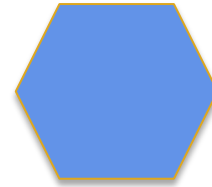


### 3. Explicaciones Matemáticas de Fenómenos Físicos (EMFF)

#### Ejemplo 2: Las Buckyballs (1985)

Reto: La molécula hipotética resultante debe satisfacer lo siguiente:

- Tener solo 60 átomos de carbono.
- Cada átomo debe enlazarse con otros 3.
- La molécula debe ser estable (todos los enlaces deben satisfacerse).
- Predominantemente hexágonos.



$C_{60}$

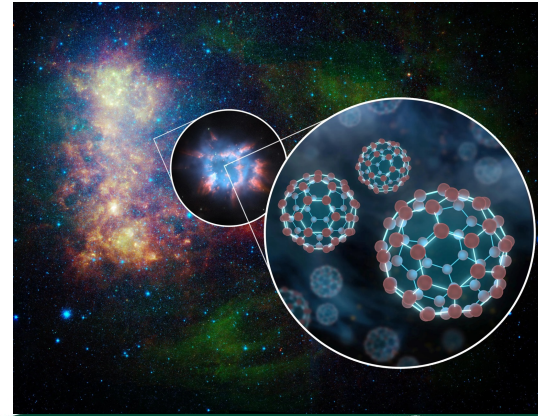
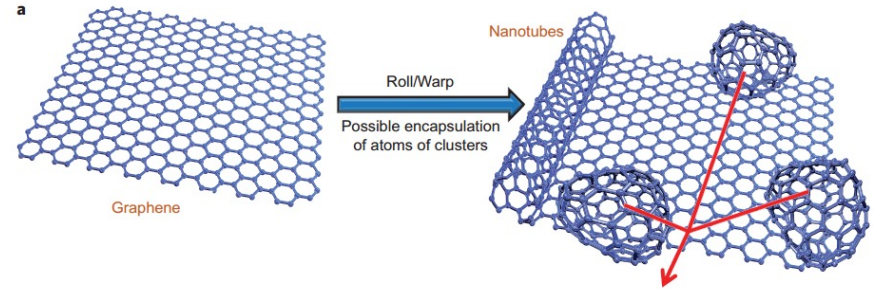


# 3. Explicaciones Matemáticas de Fenómenos Físicos (EMFF)

## Ejemplo 2: Las Buckyballs (1985)

Reto: La molécula hipotética resultante debe satisfacer lo siguiente:

- Tener solo 60 átomos de carbono.
- Cada átomo debe enlazarse con otros 3.
- La molécula debe ser estable (todos los enlaces deben satisfacerse).
- Predominantemente hexágonos.

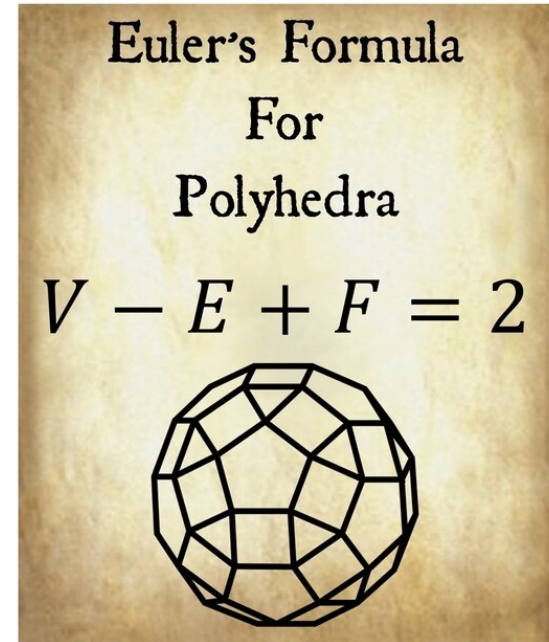


### 3. Explicaciones Matemáticas de Fenómenos Físicos (EMFF)

#### Ejemplo 2: Las Buckyballs (1985)

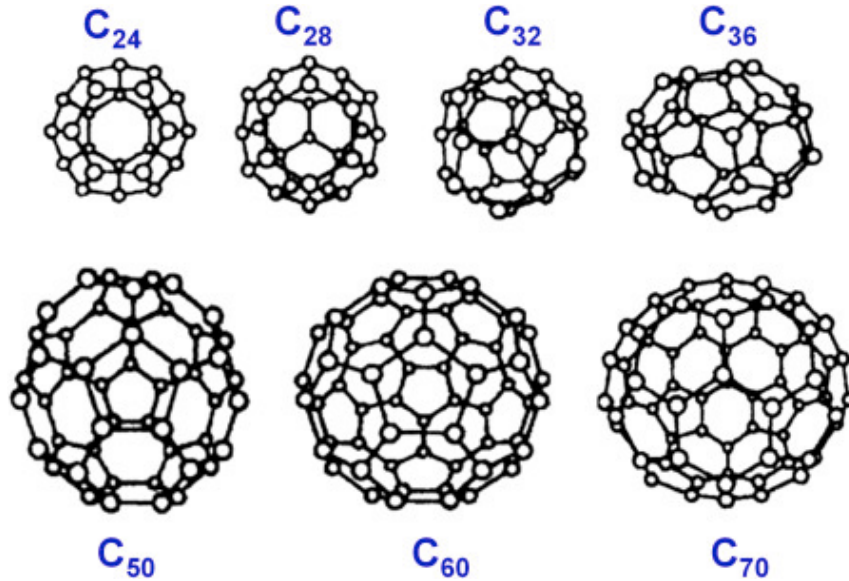
Reto: La molécula hipotética resultante debe satisfacer lo siguiente:

- Tener solo 60 átomos de carbono.
- Cada átomo debe enlazarse con otros 3.
- La molécula debe ser estable (todos los enlaces deben satisfacerse).
- Predominantemente hexágonos.





### 3. Explicaciones Matemáticas de Fenómenos Físicos (EMFF)



Euler's Formula  
For  
Polyhedra

$$V - E + F = 2$$

A diagram of a truncated icosahedron, a polyhedron with 12 pentagonal faces and 20 hexagonal faces, illustrating the application of Euler's Formula.

El número de hexágonos varía, pero todas las moléculas tienen exactamente 12 pentágonos.

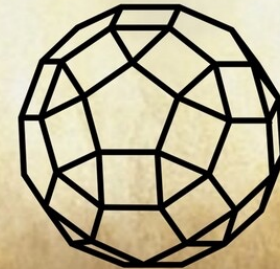
### 3. Explicaciones Matemáticas de Fenómenos Físicos (EMFF)



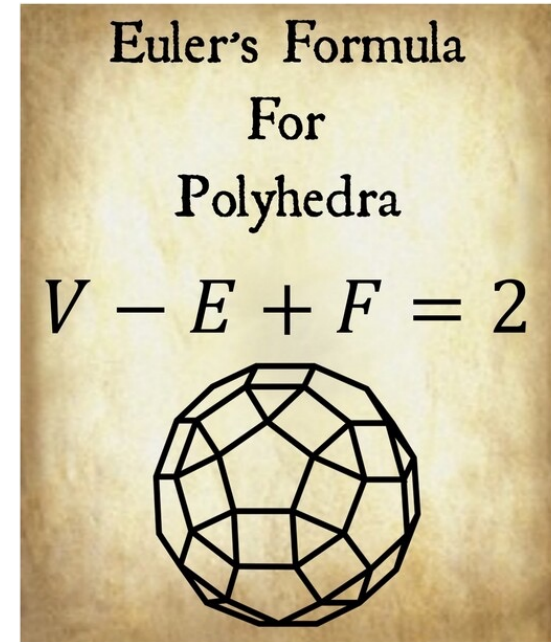
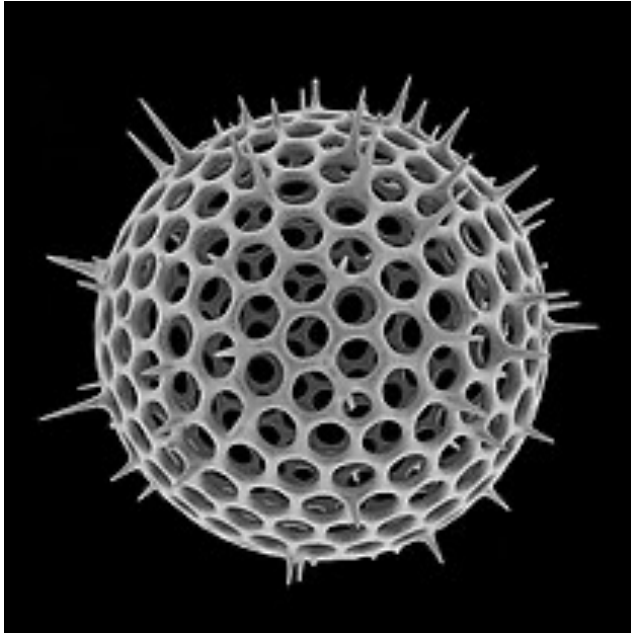
Domo Geodésico de Buckminst Fuller

Euler's Formula  
For  
Polyhedra

$$V - E + F = 2$$



### 3. Explicaciones Matemáticas de Fenómenos Físicos (EMFF)



Gould, Stephen Jay. “The Evolutionary Biology of Constraint.” *Daedalus* 109, no. 2 (1980): 39–52



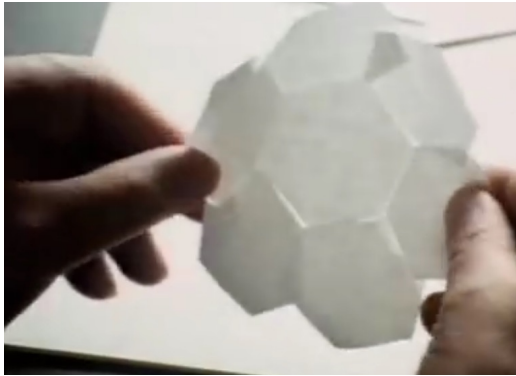


SACRAMENTO  
STATE

## 4. EMFFs y Realismo Matemático

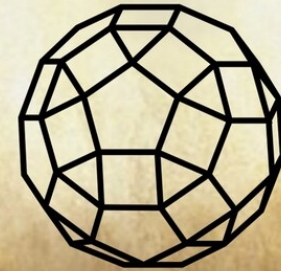
## 4. EMFFs y Realismo Matemático

El teorema de Euler restringe o limita los tipos de arreglos posibles



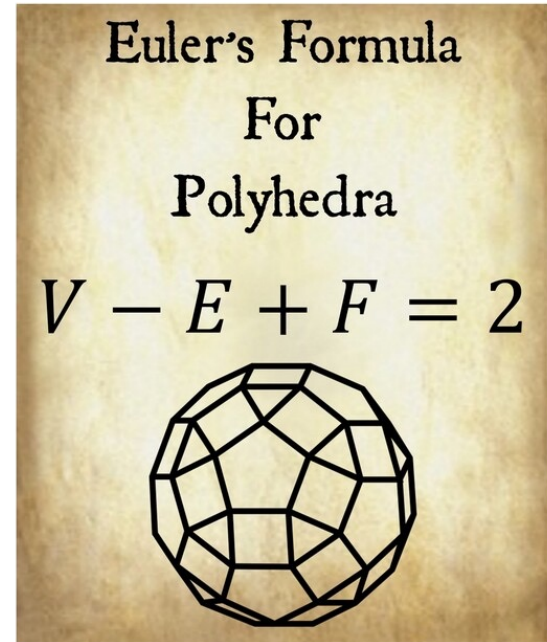
Euler's Formula  
For  
Polyhedra

$$V - E + F = 2$$



## 4. EMFFs y Realismo Matemático

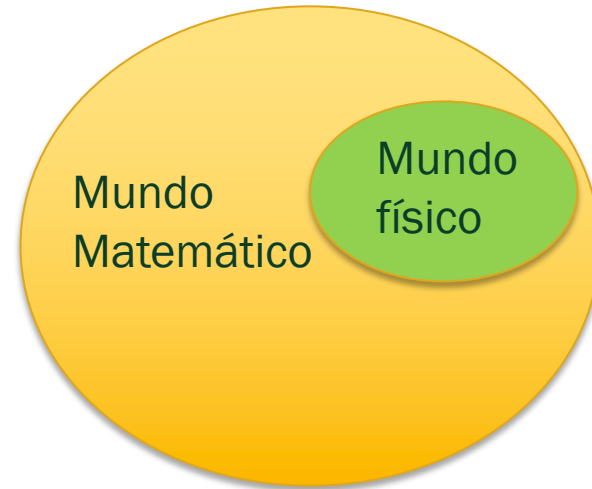
“Los métodos matemáticos son indispensables en el estudio de todas las moléculas, pero el caso de las buckminsterfullerinas es especial, donde las matemáticas han demostrado ser extraordinariamente efectivas en iluminar la estructura y propiedades de la molécula. **La buckyball es un objeto altamente matemático**” (Chung & Sternberg, 1993, 56).



## 4. EMFFs y Realismo Matemático

Alan Baker:

Siguiendo el argumento de indispensabilidad aumentado, se sigue que el **Platonismo matemático empírico** es verdadero.



## 4. EMFFs y Realismo Matemático

Marc Lange:

El Platonismo matemático requiere sobrepopular nuestra ontología de entidades científicamente innecesarias.

Lo que sí se puede concluir es el **Aristotelismo matemático**.



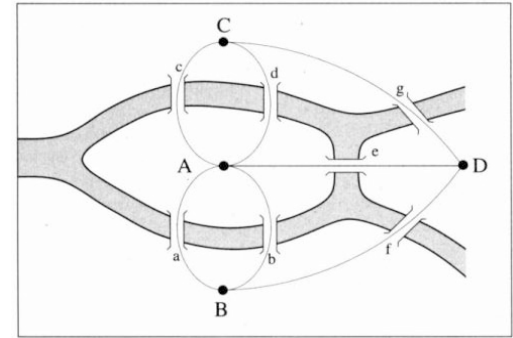
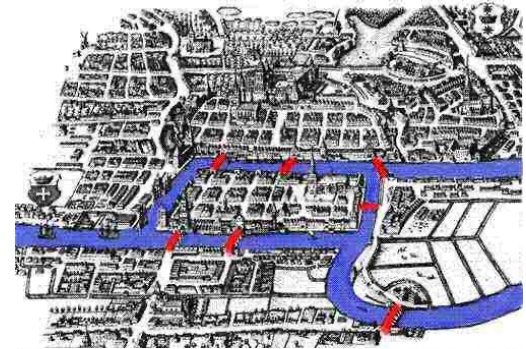
Mundo  
Físico/Matemático



## 4. EMFFs y Realismo Matemático

Marc Lange:

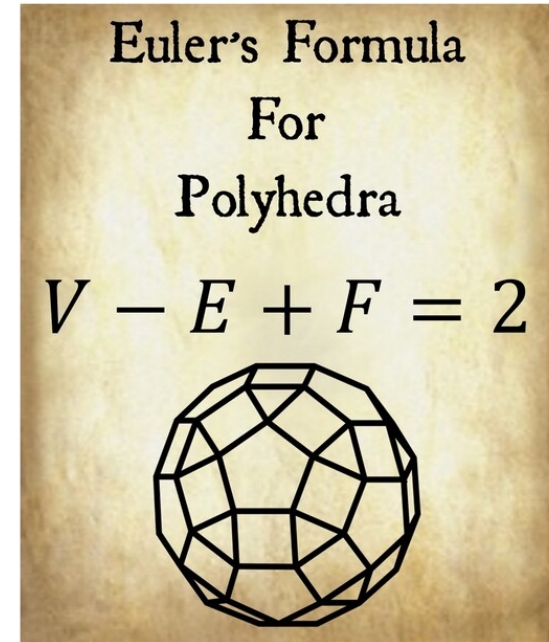
“[U]n realista aristotélico ve el teorema de Euler como una verdad matemática “necesaria y sobre la realidad” que brinda condiciones necesarias y suficientes para que un sistema físico pueda ser atravesado o no. Ser no-atravesable y tener cuatro nodos impares son propiedades del sistema físico mismo” (2021, p. 51).



## 4. EMFFs y Realismo Matemático

Igualmente...

Un realista aristotélico ve el otro teorema de Euler también como una verdad matemática “necesaria y sobre la realidad” que brinda condiciones necesarias y suficientes para que un sistema físico pueda organizarse de cierta manera. Tener forma hexagonal o pentagonal son propiedades del sistema físico mismo.





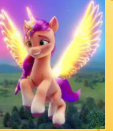
## 4. EMFFs y Realismo Matemático

Lange:

“Que una entidad ficticia posea ciertas propiedades en una ficción no explica por qué no podemos llevar a cabo una construcción. Una ficción no puede restringir, y yo sostengo que las matemáticas explican restringiendo” (2021, 51).



Mundo Físico



## 4. EMFFs y Realismo Matemático

Igualmente...

Que una entidad completamente abstracta posea ciertas propiedades en un mundo desconectado del nuestro no explica por qué no podemos llevar a cabo una construcción. Una abstracción desconectada no puede restringir, y Lange sostiene que las matemáticas explican restringiendo.

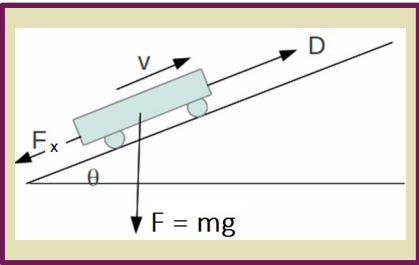




SACRAMENTO  
STATE

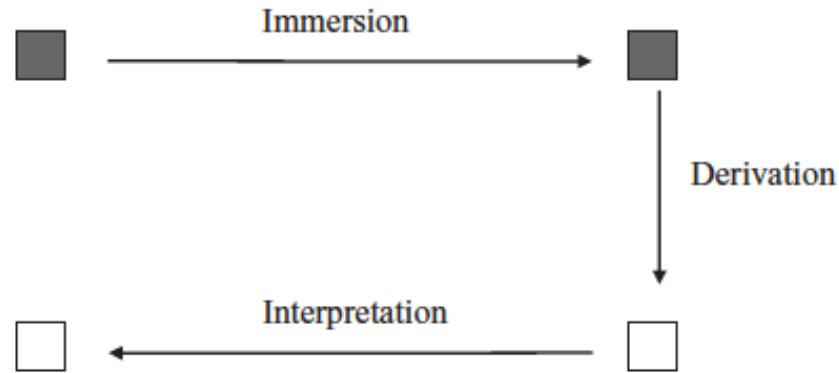
## 5. EMFFs y Representaciones Óptimas

# 5. EMFFs y Representaciones Óptimas



Empirical set up

Mathematical structure



$D=2\text{N}$   
 $F_x=1\text{N}$   
 $2>1$   
 $\sum F=ma$   
etc.

The Inferential Conception of Applied Mathematics.

Bueno & Colyvan 2011; Bueno & French 2011

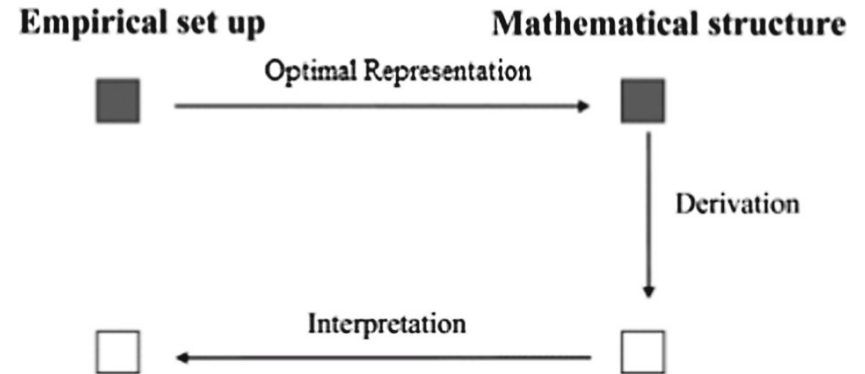
## 5. EMFFs y Representaciones Óptimas

El rol de las matemáticas en EMFFs **también** es meramente representacional, no explicativo.

Las EMFFs usan un tipo de representación matemática que yo llamo **Representación Óptima**.

(Barrantes 2019; 2020)

### Estructura de las EMFFs



Barrantes 2019, p.256

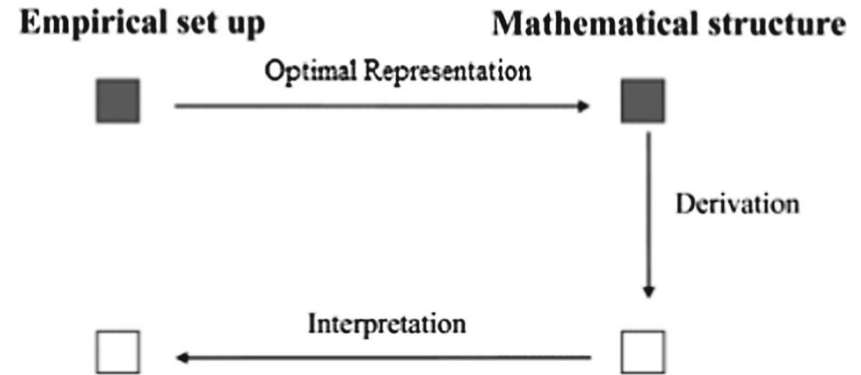
## 5. EMFFs y Representaciones Óptimas

Una **representación óptima** es aquella que captura todos los elementos relevantes para explicar una situación empírica a un nivel adecuado de descripción.

Optimalidad es una **noción relativa**. Una estructura matemática  $M$  es una representación óptima de una situación  $P$  solo en relación a explicar un aspecto  $p$  de  $P$  (pero podría no servir para explicar otro aspecto  $q$  de  $P$ )

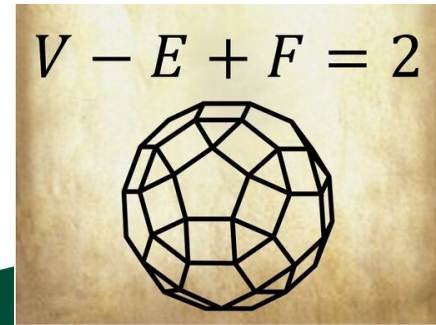
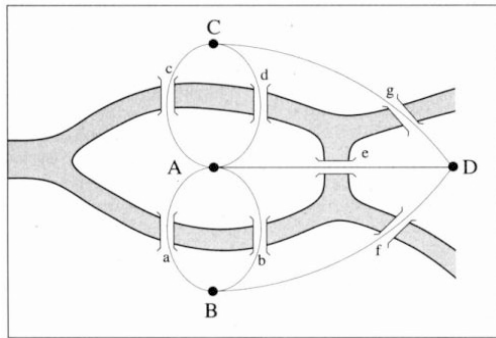
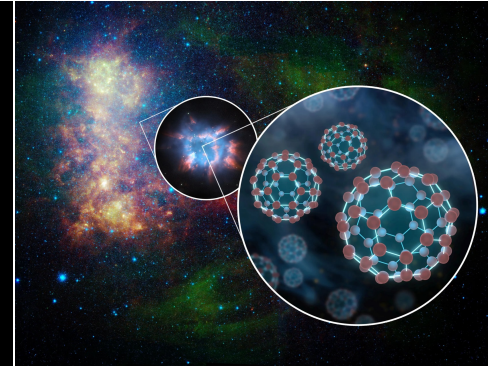
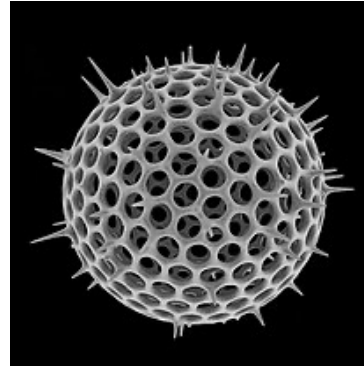
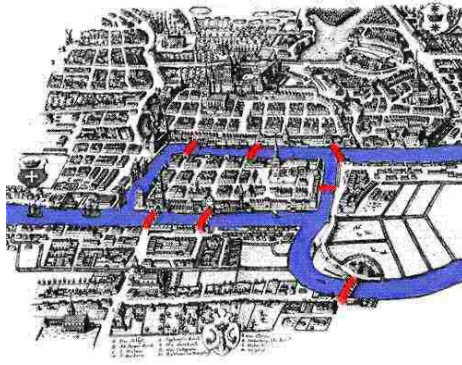
(Barrantes 2019; 2020)

### Estructura de las EMFFs



Barrantes 2019, p.256

# 5. EMFFs y Representaciones Óptimas







SACRAMENTO  
STATE

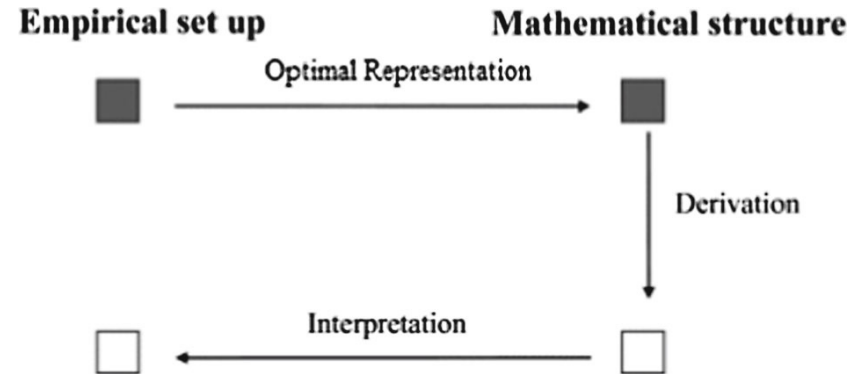
## 6. Fuerza Modal sin Propiedades Matemáticas

## 6. Fuerza Modal sin Propiedades Matemáticas

### ¿Y la mayor Fuerza Modal?

Esta mayor fuerza modal se puede obtener en la medida en que se acepte que existen imposibilidades lógicas en el mundo físico.

### Estructura de las EMFFs



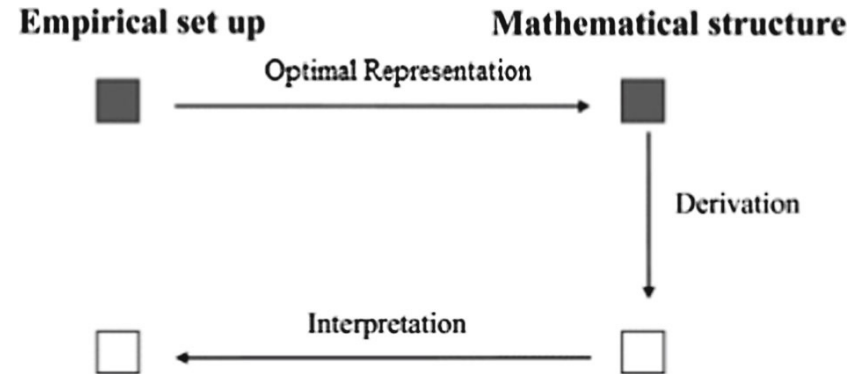
Barrantes 2019, p.256

## 6. Fuerza Modal sin Propiedades Matemáticas

Mary Leng (2021)

“Las restricciones puestas en el mundo por las premisas matemáticas en esas explicaciones son... restricciones lógicas: dichas explicaciones muestran que, dadas las propiedades estructurales del Sistema físico, sus *explananda* eran inevitables por una cuestión de lógica” (2021, 10416).

### Estructura de las EMFFs



Barrantes 2019, p.256

## 6. Fuerza Modal sin Propiedades Matemáticas

- (1) Cruzar un puente significa pisar dos áreas distintas
- (2) En cualquier sistema con  $n$  puentes, el camino Euleriano pisará  $n+1$  áreas.
- (3) Si  $K$  es el número de puentes conectados a un área, dicha área aparecerá:

$\frac{K+1}{2}$  veces si  $K$  es impar.

$\frac{K}{2} + 1$  veces si  $K$  es par y el camino comienza en  $K$

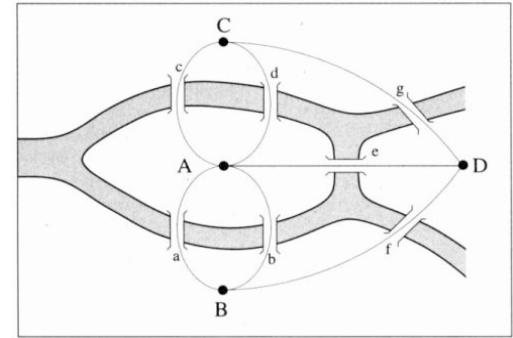
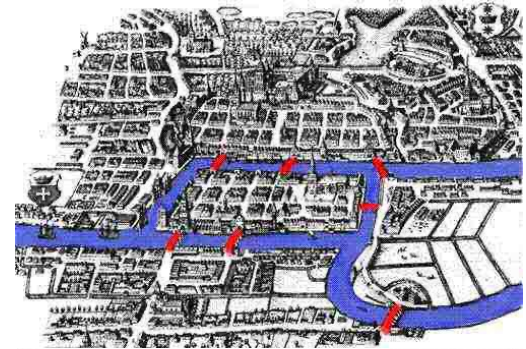
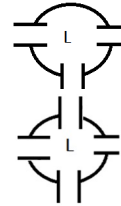
$\frac{K}{2}$  veces si  $K$  es par y el camino no comienza en  $K$

...

- (4) De eso, se sigue que el camino Euleriano es posible si y solo si tiene cero o dos áreas impares  
[Teorema de Euler]
- (5) Königsberg tiene 4 áreas impares

**C) El camino Euleriano es imposible sobre Königsberg**

(Barrantes 2020, p.597-598)



## 6. Fuerza Modal sin Propiedades Matemáticas

#Átomos conectados por un enlace: 2

# Enlaces conectando cada átomo: 3

# Pentágonos:  $P$

# Hexágonos:  $H$

# Caras:  $P + H$

# Aristas:  $\frac{5P+6H}{3}$

# Edges:  $\frac{5P+6H}{2}$

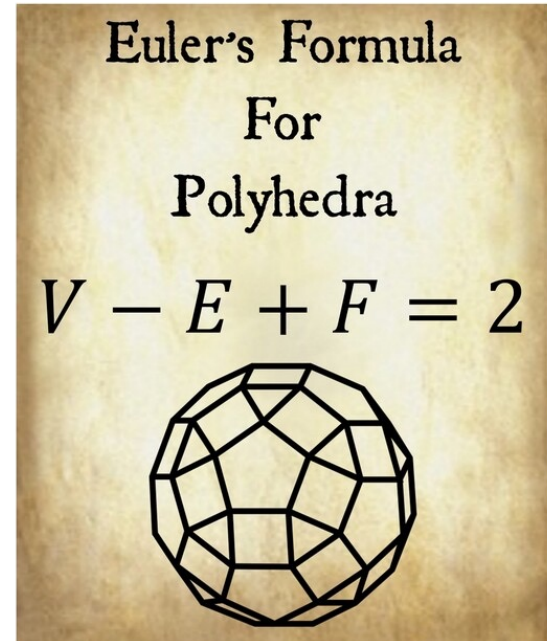
Teorema de Poliedros de Leonard Euler:

$$F + V - E = 2$$

$$P + H + (5P+6H)/3 - (5P+6H)/2 = 2$$

$$P + 6H + 12H - 18H = 6$$

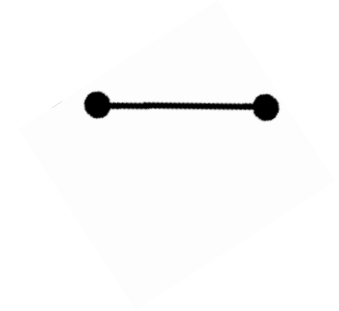
$$P=12$$



## 6. Fuerza Modal sin Propiedades Matemáticas

“Dadas las propiedades estructurales del sistema físico, sus *explananda* eran inevitables por una cuestión de lógica” (Leng 2021, 10416).

La misma objeción de Lange a Baker se le puede hacer al mismo Lange: su postura sobrepopula nuestra ontología con propiedades científicamente innecesarias.





SACRAMENTO  
STATE

## 7. Conclusiones



## 7. Conclusiones

- En los supuestos casos de EMFFs, el rol de las matemáticas es representacional, y no genuinamente explicativo.
- Los hechos más-necesarios-que-las-relaciones-causales son simplemente consecuencias lógicas de la ley de no contradicción.
- Mi postura es compatible con el Platonismo Matemático Puro y el Ficcionalismo.

**¡GRACIAS!**

# REFERENCIAS

- Baker, A. (2005), 'Are there Genuine Mathematical Explanations of Physical Phenomena?', *Mind*, 114: 223–238.
- Baker, A. (2009), 'Mathematical Explanation in Science', *British Journal for the Philosophy of Science*, 60: 611–633.
- Barrantes, M. (2019), 'Optimal Representations and the Enhanced Indispensability Argument', *Synthese*, 196 (1): 247–263
- Barrantes, M. (2020). Explanatory Information in Mathematical Explanations of Physical Phenomena, *Australasian Journal of Philosophy* 98/3: 590-603.
- Bueno, O. and M. Colyvan (2011), 'An Inferential Conception of the Application of Mathematics', *Noûs*, 45 (2): 345–374.
- Bueno, O. and S. French (2011) 'How Theories Represent', *British Journal for the Philosophy of Science*, 62 (4): 857-894.
- Chung, F. & S. Sternberg. 1993. Mathematics and the Buckyball, *American Scientist* 81/1: 56-71.
- Kroto, H., Heath, J., O'Brien, S. *et al.* (1985),  $C_{60}$ : Buckminsterfullerene. *Nature* 318, 162–163.
- Kroto, H., (1996), *Symmetry, Space, Stars and  $C_{60}$* , Nobel Lecture.
- Lange, M. (2021), 'What could mathematics be for it to function in distinctively mathematical scientific explanations?', *Studies in History and Philosophy of Science Part A* 87 (C): 44-53.
- Leng, M. (2021), Models, structures, and the explanatory role of mathematics in empirical science, *Synthese* 199 (3-4): 10415-10440.